Vizsgakérdések (Algebrai Számelmélet)

A vizsgán mindenki egy témakört kap az alábbiak közül, amiről (max.) 20 percen keresztül beszélgetünk. **Felkészülési idő nincs, viszont a jegyzetet (sajátot vagy az enyémet) szabad közben használni.** Fontos, hogy mindent értsetek (bizonyításokat is), tudjatok példákat és ellenpéldákat mondani, tudjátok, hogy melyik lemma min múlik és a tételekhez hogy (és melyik lépésben) használtuk őket, ill. a tétel feltételeit. Vigyázat, a témakörök nem feltétlenül összefüggők a jegyzeten belül!

1. Egész elemek gyűrűbővítésben. Norma, nyom alaptulajdonságai, alkalmazások. Diszkrimináns, egész bázis létezése.

2. Dedekind gyűrűk, egyértelmű prímfaktorizáció az ideálokra. Lokalizálás, diszkrét értékelésgyűrűk.

3. Rácsok és Minkowski-elmélet, $K_{\mathbb{R}}$ mint Minkowski-tér. Az osztályszám becslése.

4. Dedekind gyűrűk bővítései, a fundamentális egyenlet a prímideálok felbontására. Galois-csoport hatása a prímeken.

5. Elágazó prímek és a diszkrimináns. Algoritmus prímek felbontására bővítésben (véges sok kivétellel). Körosztási testekben egész bázis és elágazó prímek.

6. Értékelések (Ostrowski tétele), telítés, a p-adikus számok teste. Hensel lemma, értékelések kiterjesztése.

7. Lokális testek klasszifikációja. Elágazási részcsoportok, és kapcsolatuk a multiplikatív csoporttal.

8. A lokális Kronecker–Weber tétel bizonyítása – elágazásmentes és a szelíden elágazó rész.

9. A lokális Kronecker–Weber tétel bizonyítása – a vadul elágazó rész.

10. Direkt limesz, inverz limesz (definíció, alaptulajdonságok). Globális testek, a globális Kronecker–Weber tétel bizonyítása.