

Algebra2 Intenzív verzió

2. feladatsor

2016. szeptember 22.

1. Igazoljuk, hogy ha egy $H \leq G$ részcsoport indexe 2, akkor H normálosztó G -ben.
2. Legyen G csoport, $N \triangleleft G$ normálosztó. Bizonyítsuk be, hogy az N -et tartalmazó K részcsoport pontosan akkor normálosztó G -ben, ha a kanonikus homomorfizmusnál vett képe K/N normálosztó G/N -ben.
3. Bizonyítsuk be, hogy $\text{Inn}(G) \cong G/Z(G)$.
4. Bizonyítsuk be, hogy $Z(S_n) = 1$, ha $n \geq 3$.
5. Mi $Z(D_n)$? És $Z(Q)$?
6. Mely mátrixokból áll $Z(\text{GL}_n(K))$? Mennyi $|Z(\text{SL}_n(\mathbb{F}_p))|$?
7. Keressünk olyan G csoportot, $H \leq G$ részcsoportot, és $g \in G$ elemet, melyre $g^{-1}Hg \not\leq H$.
8. Mutassuk meg, hogy egy csoportban az n rendű elemek által generált részcsoport mindig normálosztó, sőt karakterisztikus részcsoport.
9. Legyen A Abel-csoport, $n > 0$ egész szám, és írjuk az A -beli műveletet additívan. Bizonyítsuk be, hogy $nA := \{na \mid a \in A\}$, és $A[n] := \{a \in A \mid na = 0\}$ karakterisztikus részcsoportok.
- 10* Mely véges csoportoknak létezik olyan másodrendű automorfizmusa, amelynek egyetlen fixpontja az egységelem? (Az ilyen automorfizmust fixpontmentesnek hívják.)