

# Vizsgakérdések a szóbeli vizsgán

Szóbeli vizsgára az jöhet, aki az írásbelin legalább közepes (3) érdemjegyet szerzett. A jeles (5) vizsgajegyhez mindenképpen kell szóbelizni is. A szóbelin rontani nem lehet. Minden vizsgázó 1 tételt kap az alábbiak közül:

1. Kicserélési tétel, bázis elemszámának egyértelműsége végesdimenziós vektorterekre.
2. Lineáris leképezések, dimenziótétel.
3.  $\text{Hom}(V, W)$  és dimenziója. Leképezések mátrixa, szorzás a kompozíció. Áttérés más bázisra.
4. Mátrix/lineáris leképezés rangjának ekvivalens jellemzései.
5. Lineáris transzformációk, sajátértékek, sajátalterek, karakterisztikus polinom. Összefüggés a nyommal és a determinánssal.
6. Geometriai és algebrai multiplicitás. Különböző sajátértékhez tartozó sajátvektorok lineáris függetlensége, következmények.
7. A Cayley-Hamilton tétel. A minimálpolinom gyökei pontosan a sajátértékek.
8. Tér direkt felbontása a minimálpolinom segítségével. A diagonalizálhatóság jellemzése.
9. A Jordán-féle normálalak (bizonyítás a nilpotens esetben).
10. Bilineáris függvények és mátrixaik. Áttérés más bázisra. Ha  $\text{char}(K) \neq 2$ , akkor  $K$  fölött minden bilineáris függvény egyértelműen írható egy szimmetrikus és egy alternáló összegeként.
11. Szimmetrikus bilineáris függvények és kvadratikus alakok. Schmidt-féle ortogonalizációs eljárás.
12. Sylvester tehetetlenségi tétele, definittség jellemzése a főminorokkal.
13.  $\mathbb{C}$  fölötti másféllineáris függvények, kvadratikus alakok. Hermite-féle tulajdonság ekvivalens jellemzései.
14. Euklideszi terek, ONB létezése. CBS-egyenlőtlenség, háromszögegyenlőtlenség.
15. Normális transzformációk diagonalizálása ONB-ben.
16. Unitér, ill. önadjungált transzformációk ekvivalens jellemzései.
17. Ortogonális transzformációk szép alakja  $\mathbb{R}$  felett. Főtengelytétel.
18. Lineáris leképezés adjungáltja, szinguláris értékei, szinguláris érték felbontás.