NÉV: ______________________ ELTE AZONOSÍTÓ: ______________

I. rész (30 perc). *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0. *Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább* 7 *pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második részt ki sem javítjuk.*

1. Legyen V vektortér és $v_1, \ldots, v_n \in V$. Írjuk le képlettel, mit jelent az, hogy a $\langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ generált altér a **legszűkebb** a $v_1, \ldots, v_n$ vektorokat tartalmazó alterek között. A generált altér elemeit megadó képletet nem kell leírni.

2. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ bázis a V vektortérben és $v \in V$. Definiáljuk a $[v]_\mathbf{b}$ koordinátavektort.

3. Definiáljuk a V vektortér U és W altereinek összegét **a halmazos jelöléssel.**

   $U + W =$

4. Mikor áll az u és w vektorokra felírt háromszög-egyenlőtlenségben egyenlőség? (Magát az egyenlőtlenséget nem kell felírni.)

5. Legyen $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ és $\mathbf{c} = (c_1, \ldots, c_n)$ két bázis V-ben, és $S = ((s_{ij}))$ a bázistranszformáció $[A]_{\mathbf{c}/\mathbf{c}} = S^{-1}[A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}}S$ képletében szereplő mátrix. Írjuk föl az S elemeit megadó összefüggést.

6. Mit jelent az, hogy két négyzetes mátrix hasonló?

7. Jellemezzük az $A \in \mathrm{Hom}(V)$ **komplex** számtest fölötti lineáris transzformáció diagonalizálhatóságát a minimálpolinomja segítségével.

8. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy transzformáció tartja a skaláris szorzatot.

9. Legyen A normális transzformáció egy komplex euklideszi téren. Jellemezzük A **sajátértékei segítségével** azt, hogy A mikor önadjungált. (Az önadjungált és a normális transzformáció definícióját nem kell leírni.)

10. Mondjuk ki azt az állítást, amely a V és W alterek direkt összegének egy speciális bázisát adja meg.