Mat. I. (BSc.) **Algebra2: 3. vizsgadolgozat (normál), I. rész** *2022. jún. 16.*

NÉV: ____________________ ELTE AZONOSÍTÓ: __________

I. rész (30 perc). *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0*. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább* 7 *pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második részt ki sem javítjuk.*

1. Legyen V vektortér és $v_1, \ldots, v_n \in V$. Írjuk le képlettel, mit jelent az, hogy a $\langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ generált altér a **legszűkebb** a $v_1, \ldots, v_n$ vektorokat tartalmazó alterek között. A generált altér elemeit megadó képletet nem kell leírni.

2. Írjuk föl azt a képletet, amivel a v vektor i-edik koordinátáját a $b_1, \ldots, b_n$ **ortonormált** bázisban **komplex fölött,** skaláris szorzás segítségével ki lehet számítani.

3. Definiáljuk a V vektortér U és W altereinek összegét **a halmazos jelöléssel.**

$U + W =$

4. Mondjuk ki a dimenziótételt (felírva azt is, hogy a leképezés honnan hová képez, és az ezen vektorterekre vonatkozó feltételeket).

5. Mondjuk ki a lineáris leképezések előírhatósági tételét.

6. Mit jelent az, hogy a Jordan-alak **egyértelmű?** A választ a **hasonlóság** fogalmát felhasználva adjuk meg.

7. Mondjuk ki a főtengelytételt, figyelve arra is, hogy milyen test fölötti mátrixokról beszélünk, és hogy milyen bázisról van szó.

8. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy transzformáció távolságtartó.

9. Mondjuk ki az adjungált transzformációt a skaláris szorzat segítségével jellemző tételt.

10. Mondjuk ki azt az állítást, amely a V és W alterek direkt összegének egy speciális bázisát adja meg.