Mat. I. (BSc.) **Algebra2: 2. vizsgadolgozat (normál), I. rész** *2022. jún. 2.*

NÉV: ________________________ ELTE AZONOSÍTÓ: ____________

I. rész (30 perc). *Minden teljesen precíz és korrekt válaszért 1 pont jár, a többiért* 0*. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább* 7 *pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második részt ki sem javítjuk.*

1. Legyen V vektortér a T test fölött és $v_1, \ldots, v_n \in V$. Írjuk föl $\langle v_1, \ldots, v_n \rangle$ definícióját **a halmazos jelöléssel**, figyelve arra, hogy mik a futó változók, és mik nem.

2. Írjuk föl azt a képletet, amely az $A \in \mathrm{Hom}(V, W)$ és $B \in \mathrm{Hom}(U, V)$ lineáris leképezések szorzatának mátrixát adja meg, kiírva azt is, hogy mely bázisokban vesszük ezeket a mátrixokat.

3. Mondjuk ki az altér dimenziójáról szóló tételt véges dimenziós V vektortérre, figyelve arra is, hogy mikor állhat egyenlőség.

4. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy transzformáció tartja a λ skalárral szorzást.

5. Mondjuk ki a lineáris leképezések előírhatósági tételét.

6. Mit jelent az, hogy két négyzetes mátrix hasonló?

7. Mondjuk ki a Cayley–Hamilton-tételt az $n \times n$-es M mátrixra.

8. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy transzformáció tartja a skaláris szorzatot.

9. Mondjuk ki az adjungált transzformációt a skaláris szorzat segítségével jellemző tételt.

10. Mondjuk ki azt az állítást, amely $A \in \mathrm{Hom}(V)$ esetében kapcsolatot létesít A és A^* invariáns alterei között.