

NÉV: \_\_\_\_\_

Neptun AZONOSÍTÓ: \_\_\_\_\_

**I. rész (30 perc).** Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Definiáljuk a halmazos jelöléssel a  $v_1, \dots, v_n$  vektorok által generált alteret.

2. Definiáljuk a  $v_1, \dots, v_n$  vektorrendszer rangját a független részhalmazok segítségével. (Nem a dimenzióval való definíciót kérdezzük.)

3. Írjuk fel az  $U + W$  altér dimenzióját megadó képletet.

4. Mondjuk ki a lineáris leképezések előírhatósági tételét.

5. Definiáljuk a halmazos jelöléssel az  $A : V \rightarrow W$  lineáris leképezés magterét.

6. Legyen  $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)$  és  $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_n)$  két bázis  $V$ -ben, és  $S = ((s_{ij}))$  a bázistranszformáció  $[A]_{\mathbf{c}/\mathbf{c}} = S^{-1}[A]_{\mathbf{b}/\mathbf{b}}S$  képletében szereplő mátrix. Írjuk föl az  $S$  elemeit megadó összefüggést.

7. Mondjuk ki a  $\mathbb{C}$  fölötti ONB-ben való diagonalizálhatóságról szóló tételt.

8. Írjuk föl képlettel, mit jelent az, hogy egy transzformáció távolságtartó.

9. Írjuk fel a háromszög-egyenlőtlenséget. Mikor áll fenn egyenlőség?

10. Mi a **definíciója** annak, hogy a  $Q$  kvadratikus alak indefinit? **Nem** a sajátértékekkel vagy az aldeterminánsokkal való jellemzést kérdezzük!