

NÉV: _____

Neptun AZONOSÍTÓ: _____

I. rész (30 perc). Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 7 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második és a harmadik részt ki sem javítjuk.

1. Definiáljuk, mit jelent az, hogy a v_1, \dots, v_n vektorok lineárisan függetlenek a T test fölött. Figyeljünk a logikailag helyes megfogalmazásra.

2. Definiáljuk a v_1, \dots, v_n vektorrendszer rangját a dimenzió fogalma segítségével.

3. Írjuk föl azt a képletet, amivel a v vektor i -edik koordinátáját a b_1, \dots, b_n **ortonormált** bázisban \mathbb{C} fölött ki lehet számítani.

4. Fogalmazzuk meg képlettel mit jelent az, hogy az $A : V \rightarrow W$ leképezés skalárszorost tart. (Itt V és W egy adott T test fölötti vektorterek.)

5. Definiáljuk a halmazos jelöléssel az $A : V \rightarrow W$ lineáris leképezés képterét.

6. Mondjuk ki a Cayley–Hamilton-tételt az $n \times n$ -es M mátrixra.

7. Mondjuk ki a főtengetételt, figyelve arra is, hogy milyen test fölötti mátrixokról beszélünk.

8. Mondjuk ki az $M \in \mathbb{C}^{n \times n}$ mátrix \mathbb{C} fölötti diagonalizálhatóságát a \mathbb{C} fölötti m_M minimálpolinomjának segítségével jellemző tételt.

9. Írjuk fel a Cauchy-Bunyakovszkij-Schwartz egyenlőtlenséget. Mikor áll fenn egyenlőség?

10. Mi a **definíciója** annak, hogy a Q kvadratikus alak pozitív definit? **Nem** a sajátértékekkel vagy az aldeteminánsokkal való jellemzést kérdezzük!