

## Bsc algebra1 gyakorlat

Pót- és javítózárványhelyi a második részből (2021. december 14.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a pusztá eredményért nem jár pont. Az **első három feladat mindegyikéből legalább 4 pontot** kell szerezni, különben az eredmény elégtelen. Ha ez sikerült, akkor a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a **szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét minden lapra OLVASHATÓ** nyomtatott betűkkel írják fel.

1. (1 + 2 + 3 pont)

- a) Határozzuk meg a  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$  permutáció előjelét.
- b) Egy  $3 \times 3$ -as  $A$  mátrix determinánása 2. Mennyi lesz  $3A^2A^T A^{-1}$  determinánása?
- c) Számítsuk ki a  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  mátrix determinánását.

2. (1 + 3 + 2 pont)

- a) Számítsuk ki a  $AA^T - B$  mátrixot, ahol  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  és  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .
- b) Számítsuk ki  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 6 & 3 & -1 \end{pmatrix}$  inverzét.
- c) Írjuk fel a  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$  inverzében a második sor első elemét.

3. (2 + 2 + 2 pont)

- a) A  $3x^3 - x^2 + 2x - 1$  polinom komplex gyökei  $a, b, c$ . Határozzuk meg az  $a^2b + ab^2 + a^2c + ac^2 + b^2c + bc^2$  kifejezés értékét.
- b) A  $b$  egész szám mely választása mellett teljesíti az  $5x^5 - 30x^3 + 14bx - 660$  polinom a Schönemann-Eisenstein-kritérium feltételét?
- c) Mi lesz a maradék, ha az  $x^3 - 2x^2 + 3$  polinomot maradékosan osztjuk a  $2x^2 + x - 1$  polinommal?

4. (3 + 3 pont)

- a) Számítsuk ki a  $\Phi_{48}(x)$  körosztási polinomot.
- b) Bontsuk  $\mathbb{Z}_3$  fölött irreducibilisek szorzatára az  $x^6 - x^3 + 1$  polinomot.

5. (6 pont) Számítsuk ki az alábbi determinánst: 
$$\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x & -1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & x & -1 \\ a_n & a_{n-1} & \cdots & a_2 & x + a_1 \end{vmatrix}$$
. Az  $n = 2$  és  $n = 3$

esetekért 1-1 pont jár.

6. (6 pont) Bontsuk irreducibilisek szorzatára  $\mathbb{Z}[x]$ -ben a  $3x^4 + 12x^3 + 18x^2 + 6x + 3$  polinomot.