

Bsc algebra1 gyakorlat

Pót- és javítózáráthelyi az első részből (2021. december 14.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Az **első három feladat mindegyikéből legalább 4 pontot** kell szereznii, különben az eredmény elégtelen. Ha ez sikerült, akkor a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a **szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét minden lapra OLVASHATÓ** nyomtatott betűkkel írják fel.

1. (4 + 2 pont)

- Határozzuk meg $2x^3 + 9x^2 + 12x + 4$ racionális gyökeit.
- Az $f(x)$ polinomnak pontosan kétszeres gyöke a -1 . Hányszoros gyöke lehet a -1 az $(x^3 + 1)f(x) + f(x)^5$ polinomnak?

2. (1 + 2 + 3 pont)

- Számítsuk ki a $(2 + i)/(3 - 2i)$ hányadost, és ennek az abszolút értékét.
- Oldjuk meg a $\bar{z} = 2\operatorname{Re}(z) + 3i$ egyenletet \mathbb{C} -ben.
- Oldjuk meg a $z^2 - 3z + 1 + 3i = 0$ egyenletet \mathbb{C} -ben. (A komplex négyzetgyökvonást is el kell végezni.)

3. (2 + 1 + 3 pont)

- Egyenként soroljuk föl (trigonometrikus alakban) és **ábrázoljuk a síkon** a $-\sqrt{2} + \sqrt{6}i$ szám harmadik gyökeit.
- Mennyi $\cos(108^\circ) + i \sin(108^\circ)$ rendje?
- Adjuk meg a

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 2z &= 1 \\ x + y + 4z &= 2 \\ -x + 4y + 6z &= 3 \end{aligned}$$

egyenletrendszer általános megoldását.

4. (6 pont) Határozzuk meg és ábrázoljuk a $|z| = |2z - 3|$ egyenlet megoldásainak halmazát a komplex számsíkon.

5. (6 pont) Mely c valós paraméter esetén van megoldása az alábbi egyenletrendszernek? Mely c esetén egyértelmű a megoldás?

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 1 \\ cx_2 + x_3 &= c \\ 2x_1 - x_2 + cx_3 &= 3c \end{aligned}$$

6. (6 pont) Tegyük fel, hogy εz^2 rendje 25, ahol $\varepsilon = \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$. Mennyi lehet z rendje? Minden lehetséges értékre adjunk példát.