

## Bsc algebra1 gyakorlat

Első zárthelyi B csoport (2021. október 19.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Az **első három feladat mindegyikéből legalább 4 pontot** kell szereznii, különben az eredmény elégtelen. Ha ez sikerült, akkor a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a **szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét minden lapra OLVASHATÓ** nyomtatott betűkkel írják fel.

1. (4 + 2 pont)

- Határozzuk meg  $4x^3 + 16x^2 + 13x + 3$  racionális gyökeit.
- Az  $f(x)$  polinomnak pontosan háromszoros gyöke a  $-2$ . Hányszoros gyöke lehet a  $-2$  az  $(x^2 - 4)f(x) + f(x)^2$  polinomnak?

2. (1 + 2 + 3 pont)

- Számítsuk ki a  $(2 + 3i)/(1 - 5i)$  hányadost, és ennek az abszolút értékét.
- Oldjuk meg a  $\bar{w} = \operatorname{Re}(-w - 3i) + 4$  egyenletet  $\mathbb{C}$ -ben.
- Oldjuk meg a  $w^2 + (2+3i)w - 5 + i = 0$  egyenletet  $\mathbb{C}$ -ben. (A komplex négyzetgyökvonást is el kell végezni.)

3. (2 + 1 + 3 pont)

- Egyenként soroljuk föl (trigonometrikus alakban) és **ábrázoljuk a síkon** a  $-\sqrt{15} + \sqrt{5}i$  szám harmadik gyökeit.
- Mennyi  $\cos(196^\circ) + i \sin(196^\circ)$  rendje?
- Adjuk meg a

$$\begin{aligned}x + y + 4z &= 1 \\2x - y + 2z &= -1 \\5x + 2y + 14z &= 2\end{aligned}$$

egyenletrendszer általános megoldását.

4. (6 pont) Határozzuk meg és ábrázoljuk a  $|w| = \operatorname{Im}(\bar{w}) - \operatorname{Re}(w)$  egyenlet megoldásainak halmazát a komplex számsíkon.

5. (6 pont) Az  $a$  és  $b$  (valós) paraméterek mely értékeire lesz az alábbi egyenletrendszernek olyan megoldása, melyre  $x_1 \neq 0$ ?

$$\begin{aligned}ax_1 + bx_2 + ax_3 &= 0 \\ax_1 + bx_2 &= 0 \\x_1 + ax_2 + bx_3 &= 0\end{aligned}$$

6. (6 pont) Mely  $w$  komplex számokra lesz egyenlő  $w$  és  $\eta w$  rendje, ahol  $\eta = \cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5}$ ?

7. (6 pont) Egy  $T$  transzformáció a síkon először  $\alpha$  szöggel forgat az origó körül, majd az  $x$  tengely irányába jobbra eltol 1-gyel. Egy pontot a síkon hívunk periodikusnak, ha van olyan  $n > 0$  egész, melyre a  $T$  transzformációt  $n$ -szer alkalmazva a pont önmagába megy. Milyen alakzatot alkothatnak a periodikus pontok? Adjunk is példát minden felmerülő esetre.