

## Bsc algebra1 gyakorlat

Első zárthelyi A csoport (2021. október 19.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont. Az **első három feladat mindegyikéből legalább 4 pontot** kell szereznii, különben az eredmény elégtelen. Ha ez sikerült, akkor a ZH jegye az összpontszám hatoda. Használni semmilyen segédeszközt nem szabad, kalkulátort, mobiltelefont sem. Minden feladat **új oldalon** kezdődjön. Kérjük, hogy a **szerző nevét és NEPTUN-kódját, valamint a gyakorlatvezető nevét minden lapra OLVASHATÓ** nyomtatott betűkkel írják fel.

1. (4 + 2 pont)

- Határozzuk meg  $3x^3 + 13x^2 + 16x + 4$  racionális gyökeit.
- Az  $f(x)$  polinomnak pontosan kétszeres gyöke a 3. Hányszoros gyöke lehet a 3 az  $(x^2 - 9)f(x) + f(x)^2$  polinomnak?

2. (1 + 2 + 3 pont)

- Számítsuk ki a  $(3 + 2i)/(5 - i)$  hányadost, és ennek az abszolút értékét.
- Oldjuk meg a  $\bar{z} = \text{Im}(z + 7) + 3$  egyenletet  $\mathbb{C}$ -ben.
- Oldjuk meg a  $z^2 + (2 - 3i)z - 5 - 5i = 0$  egyenletet  $\mathbb{C}$ -ben. (A komplex négyzetgyökvonást is el kell végezni.)

3. (2 + 1 + 3 pont)

- Egyenként soroljuk föl (trigonometrikus alakban) és **ábrázoljuk a síkon** a  $\sqrt{6} - \sqrt{2}i$  szám harmadik gyökeit.
- Mennyi  $\cos(228^\circ) + i \sin(228^\circ)$  rendje?
- Adjuk meg a

$$\begin{aligned} 2x - y - z &= 1 \\ x - y - 2z &= 1 \\ 5x - 3y - 4z &= 3 \end{aligned}$$

egyenletrendszer általános megoldását.

4. (6 pont) Határozzuk meg és ábrázoljuk a  $|z| = \text{Re}(z) + \text{Im}(\bar{z})$  egyenlet megoldásainak halmazát a komplex számsíkon.

5. (6 pont) Az  $a$  és  $b$  (valós) paraméterek mely értékeire lesz az alábbi egyenletrendszernek olyan megoldása, melyre  $x_1 \neq 0$ ?

$$\begin{aligned} ax_1 + bx_2 + ax_3 &= 0 \\ ax_1 + bx_2 &= 0 \\ x_1 + ax_2 + bx_3 &= 0 \end{aligned}$$

6. (6 pont) Mely  $z$  komplex számokra lesz egyenlő  $z$  és  $\varepsilon z$  rendje, ahol  $\varepsilon = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ?

7. (6 pont) Egy  $T$  transzformáció a síkon először  $\alpha$  szöggel forgat az origó körül, majd az  $x$  tengely irányába jobbra eltol 1-gyel. Egy pontot a síkon hívunk periodikusnak, ha van olyan  $n > 0$  egész, melyre a  $T$  transzformációt  $n$ -szer alkalmazva a pont önmagába megy. Milyen alakzatot alkothatnak a periodikus pontok? Adjunk is példát minden felmerülő esetre.