

Algebra1 Intenzív verzió

2. ZH

2017. december 11.

A maximális pontszám minden feladatra 10 pont. A ZH jegye a pontszám tizedének egész-része. Használni egy, kézzel írott A_4 -es lapot lehet – viszont semmi mást (pl. számológépet, mobiltelefont) nem. A rendelkezésre álló idő 120 perc. Minden beadott lapon szerepeljen a szerző neve. Mindenkinek eredményes feladatmegoldást kívánok!

1. Írjuk fel a $(1234)(345)(124)$ permutációt diszjunkt ciklusok szorzataként, majd határozzuk meg a rendjét és a paritását.
2. Írjuk fel elemi szimmetrikus polinomok polinomjaként a $\sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i^3 x_j$ összeget.
3. Hány \mathbb{F}_3 felett irreducibilis harmadfokú polinom van?
4. Legyen a , b , és c három különböző egész szám. Igazoljuk, hogy nincs olyan $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ polinom, amelyre $f(a) = b$, $f(b) = c$ és $f(c) = a$.
5. Határozzuk meg n függvényében a $\Phi_n(x^2)$ és $\Phi_n(x^6)$ polinomok legnagyobb közös osztóját, és írjuk fel \mathbb{Q} felett irreducibilis polinomok szorzataként.
6. Bontsuk \mathbb{Q} felett irreducibilisek szorzatára a $3x^7 - 3x^6 + 4x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 12x - 12$ polinomot.
7. Legyen A egy $n \times n$ -es, D egy $k \times k$ -as, B egy $n \times k$ -as, C pedig egy $k \times n$ -es mátrix, és tegyük fel, hogy D invertálható. Igazoljuk, hogy az $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ blokkmátrix determinánsa $\det(A - BD^{-1}C) \det D$.