

Algebra1 Intenzív verzió

12. gyakorlat

2011. december 6.

1. Ha egy lineáris transzformáció mátrixa egy adott bázisban M , mi lesz a mátrix akkor, ha mindegyik bázisvektort (csak az első bázisvektort) a kétszeresére növeljük? Mely lineáris transzformációknak lesz minden bázisban ugyanaz a mátrixa?
2. A φ transzformáció mátrixa a sík szokásos bázisában $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Adjuk meg a bázistranszformáció képletét felhasználva φ mátrixát az $(1, 1)$, $(1, 2)$ bázisban, és a $b_1 = (1, 1)/\sqrt{2}$, $b_2 = (-1, 1)/\sqrt{2}$ bázisban is.
3. Legyenek U és W alterek a V vektortérben. Adjunk meg egy $U/(U \cap W) \rightarrow (U+W)/W$ izomorfizmust. (I. izomorfizmus tétel.)
4. Bizonyítsuk be, hogy ha $W \leq U \leq V$ alterek a K feletti V vektortérben, akkor U/W altér V/W -ben, és $(V/W)/(U/W) \cong V/U$. (II. izomorfizmus tétel.)
5. Legyenek V_i ($i \in I$) és W vektorterek a K test fölött. Bizonyítsuk be, hogy
 - a) $\text{Hom}(\bigoplus_{i \in I} V_i, W) \cong \prod_{i \in I} \text{Hom}(V_i, W)$;
 - b) $\text{Hom}(W, \prod_{i \in I} V_i) \cong \prod_{i \in I} \text{Hom}(W, V_i)$.
6. Igaz-e végtelen dimenziós vektorterekre, hogy $V^{**} \cong V$?