

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

I. rész (45 perc). Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 6 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második részt ki sem javítjuk.

1. Legyen $n > 0$ egész kanonikus alakja $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_r^{\alpha_r}$ (azaz a p_1, \dots, p_r prímelek páronként különbözőek és $\alpha_1, \dots, \alpha_r > 0$). Írjuk fel $\mu(n)$ és $\sigma(n)$ képletét.

2. Legyenek $x \neq y$ komplex számok, melyekre $|x| = |y|$. Mennyi lehet $\frac{x+y}{x-y}$ szöge?

3. Számítsuk ki $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ inverzét.

4. Mely a egész számokra van megoldása a $30x \equiv a \pmod{24}$ kongruenciának?

5. Adjunk ellenpéldát az alábbi állításra: „Ha egy \mathbb{R} fölötti lineáris egyenletrendszerben kevesebb ismeretlen van, mint egyenlet, akkor nem lehet végtelen sok megoldás.”

6. Írjuk fel a $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ permutációt diszjunkt ciklusok szorzataként.

7. Legyen $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ olyan, hogy $\det A = 2$. Mennyi $\det(5AA^T)$?

8. Bontsuk \mathbb{F}_2 fölött irreducibilisek szorzatára az $x^5 + x^4 + 1$ polinomot.

9. A racionális gyökteszt alkalmazásakor mely racionális számok jöhetnek szóba a $3x^6 - 5x^5 + 7x^4 - 9x^2 + x - 2$ polinom gyökeként? (Azt nem kell ellenőrizni, hogy ezek valóban gyökök-e.)

10. Mi a lexikografikus legnagyobb tagja a $(x_1 + x_2^7 + x_3^9)^5(x_2 + x_3x_4)^2$ polinomnak?

11. Mely p prímekekre irreducibilis az $x^2 + x + 1$ polinom modulo p ?

12. Írjuk fel növekvő sorrendben és multiplicitással a $9x^4 - x^3 + 3x^2 + 12x + 9$ polinom $p = 3$ -ra vonatkozó Newton-poligonjának meredekségeit.