

NÉV: _____

ELTE AZONOSÍTÓ: _____

I. rész (45 perc). Minden teljesen precíz és korrekt válaszáért 1 pont jár, a többiért 0. Indokolni nem kell. Aki itt nem ér el legalább 6 pontot, annak a dolgozata elégtelen, és ekkor a második részt ki sem javítjuk.

1. Legyen $n > 0$ egész kanonikus alakja $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_r^{\alpha_r}$ (azaz a p_1, \dots, p_r prímelek páronként különbözőek és $\alpha_1, \dots, \alpha_r > 0$). Írjuk fel $\mu(n)$ és $d(n)$ képletét.

2. Legyenek x, y nullától különböző komplex számok, melyekre $|x + y| = |x - y|$. Mennyi lehet $\frac{x}{y}$ szöge?

3. Legyen z primitív 24-edik egységgyök. Melyik komplex szám lehet z^{-42} ?

4. Mely a egész számokra van megoldása az $x^3 \equiv 2^a \pmod{7}$ kongruenciának?

5. Írjunk föl egy olyan lineáris egyenletrendszer az x, y, z ismeretlenekkel, amelyben bárhogy is végezzük az eliminációt, keletkezik szabad változó, de az soha nem az x .

6. A 4×4 -es $((a_{ij}))$ determináns második és harmadik oszlopa egyenlő. Az $a_{14}a_{22}a_{31}a_{43}$ tagot melyik tag ejti ki biztosan?

7. Adjunk meg olyan $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ -beli mátrixot, aminek a négyzete nem 0, de a köbe igen.

8. A racionális gyökteszt alkalmazásakor mely racionális számok jöhetnek szóba a $2x^5 - 7x^4 + 8x^3 - 9x^2 + x - 3$ polinom gyökeként? (Azt nem kell ellenőrizni, hogy ezek valóban gyökök-e.)

9. Írjuk fel növekvő sorrendben és multiplicitással a $24x^5 + x^3 - 48x^2 + 8x - 6$ polinom $p = 2$ -re vonatkozó Newton-poligonjának meredekségeit.

10. Mi a $(x_1^5 + x_2 + x_1x_3^2 - x_1^2x_4 + x_3)^6(x_1^2 + x_2^4 + x_3 + x_4)$ polinom **hetedfokú homogén komponensében** a lexikografikusan legnagyobb tag?

11. Adjunk meg olyan \mathbb{F}_2 fölötti polinomot, melynek pontosan kétszeres gyöke a 0, deriváltjának pedig pontosan négyszeres gyöke a 0.

12. Mely $2 < p < q$ prímekre **hamis** a Legendre-szimbólumok közötti $\left(\frac{p}{q}\right) = \left(\frac{q}{p}\right)$ egyenlőség?