

Vizsgakérdések (Algebra2 Intenzív verzió)

A ≤ 4 -es jegyért csak az első 21 tétel bizonyítását kell tudni. Egy tételt az 5-ösért is ki lehet hagyni. Kimondani ki kell tudni az összes tételt.

1. Kicserélési tétel, bázis elemszámának egyértelműsége végesdimenziós vektorterekre.
2. Végtelen dimenziós vektorterek, bázis létezése. Végtelen direkt összeg, direkt szorzat.
3. Alterek összege, véges sok vektortér külső és belső direkt összege. Direkt kiegészítő.
4. Lineáris leképezések, dimenziótétel.
5. Vektorterek izomorfizmusa. Faktortér, homomorfizmustétel.
6. $\text{Hom}(V, W)$ és dimenziója. Leképezések mátrixa, szorzás a kompozíció. Áttérés más bázisra.
7. Lineáris transzformációk, sajátértékek, sajátalterek, karakterisztikus polinom. Összefüggés a nyommal és a determinánssal.
8. Geometriai és algebrai multiplicitás. Különböző sajátértékhez tartozó sajátvektorok lineáris függetlensége, következmények.
9. A Cayley-Hamilton tétel. A minimálpolinom gyökei pontosan a sajátértékek.
10. Tér direkt felbontása a minimálpolinom segítségével. A diagonalizálhatóság jellemzése.
11. A Jordán-féle normálalak.
12. Bilineáris függvények és mátrixaik. Áttérés más bázisra.
13. Szimmetrikus bilineáris függvények és kvadratikus alakok. Schmidt-féle ortogonalizációs eljárás.
14. Alternáló bilineáris függvények $\text{char}(K) \neq 2$ esetén. Szép alak alkalmas bázisban. Minden bilineáris függvény egy alternáló és egy szimmetrikus összege.
15. Sylvester tehetetlenségi tétele. Nemelfajuló szimmetrikus bilineáris függvények száma \mathbb{F}_p fölött.
16. Definittség jellemzése a főminorokkal.
17. \mathbb{C} fölötti másféllineáris függvények, kvadratikus alakok. Hermite-féle tulajdonság ekvivalens jellemzései.
18. Euklideszi terek, ONB létezése. CBS-egyenlőtlenség, háromszögegyenlőtlenség.
19. Normális transzformációk diagonalizálása ONB-ben.
20. Unitér, ill. önadjungált transzformációk ekvivalens jellemzései.
21. Ortogonális transzformációk szép alakja \mathbb{R} felett. Főtengelytétel.
22. Frobenius tétele \mathbb{R} fölötti végesdimenziós nullosztómentes algebrákról.
23. Abszolútértékek axiomatizálása, ekvivalens abszolútértékek. Ostrowski tétele a \mathbb{Q} -n értelmezett abszolútértékekről.
24. Kvaternióalgebrák. Izomorfizmus eldöntése kvadratikus alakok segítségével.
25. Witt egyszerűsítési tétele kvadratikus alakokra.