Algebra1 Intenzív verzió

2. ZH

2013. december 10.

A maximális pontszám minden feladatra 1 pont. A ZH jegye a pontszám egészrésze. Használni egy, kézzel írott A_4-es lapot lehet – viszont semmi mást (pl. számológépet, mobiltelefont) nem. A rendelkezésre álló idő 100 perc. Minden beadott lapon szerepeljen a szerző neve. Mindenkinek eredményes feladatmegoldást kívánok!

1. Az r paraméter függvényében számítsuk ki az alábbi determinánst és adjuk meg azon $r \in \mathbb{C}$-ket, melyekre a determináns 0.

$$\begin{vmatrix} 4-r & 1 & -2 \\ 2 & r & -3 \\ 1 & 0 & r \end{vmatrix}$$

2. Hány irreducibilis 4-edfokú polinom van $\mathbb{F}_2$ fölött?

3. Legyenek az x^3+px+q polinom gyökei $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Számítsuk ki az $\alpha_1^3\alpha_2+\alpha_1^3\alpha_3+\alpha_2^3\alpha_1+\alpha_2^3\alpha_3+\alpha_3^3\alpha_1+\alpha_3^3\alpha_2$ összeget.

4. Bontsuk irreducibilis faktorokra $\mathbb{Q}[x]$-ben a $4x^5+6x^4+2x^3+6x^2+7x+1$ polinomot.

5. Igazoljuk, hogy ha n és k relatív prím pozitív egészek, akkor $\Phi_n(x) \mid \Phi_n(x^k)$.

6. Hány olyan permutáció van S_4-ben, mely felcserélhető az $(12)(34)$ permutációval?

7. Adjunk meg olyan 29×2013-as mátrixot, melynek egyik 29×29-es aldeterminánsa sem nulla.